

**Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Московский физико-технический институт  
(национальный исследовательский университет)»**

**УТВЕРЖДЕНО**

**Директор физтех-школы  
прикладной математики и  
информатики**

**А.М. Райгородский**

	<b>Рабочая программа дисциплины (модуля)</b>
<b>по дисциплине:</b>	Современные методы выпуклой оптимизации
<b>по направлению:</b>	Прикладная математика и информатика
<b>профиль подготовки:</b>	Комбинаторика и цифровая экономика центр дополнительного, дополнительного профессионального и онлайн-образования "Пуск" кафедра дискретной математики
<b>курс:</b>	2
<b>квалификация:</b>	магистр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 4 (весенний) - Экзамен

Аудиторных часов: 60 всего, в том числе:

лекции: 30 час.

семинары: 30 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 45 час.

Подготовка к экзамену: 30 час.

Всего часов: 135, всего зач. ед.: 3

Количество контрольных работ, заданий: 2

Программу составили:

С.В. Шпирко, канд. физ.-мат. наук

Ю.Е. Нестеров, канд. физ.-мат. наук

А.В. Гасников, д-р физ.-мат. наук, доцент

Программа обсуждена на заседании кафедры дискретной математики 06.03.2023

## Аннотация

Данный курс направлен на изучение и освоение методов математического программирования. Особое внимание уделяется задачам большой размерности, возникающим в современных приложениях.

### 1. Цели и задачи

#### Цель дисциплины

- ознакомление студентов с основами теории экстремальных задач, содержащих негладкие выпуклые функции на выпуклых множествах в гильбертовых и банаховых пространствах, в том числе обратить внимание на наличие двойственности в задании выпуклых множеств или выпуклых функций.

#### Задачи дисциплины

- приобретение слушателями теоретических знаний и практических умений и навыков в области негладкого анализа,
- приобретение слушателями навыков владения аппаратом выпуклого анализа,
- владение общим подходом к решению широкого класса прикладных оптимизационных задач, допускающих математическую формализацию.
- подготовка слушателей к изучению смежных математических дисциплин, связанных с математической теорией оптимального управления, методами оптимизации, математической экономикой и теорией дифференциальных (динамических) игр.
- приобретение навыков в применении методов выпуклого и негладкого анализа в других естественнонаучных дисциплинах.

### 2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-1 Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий	УК-1.2 Осуществляет поиск вариантов решения поставленной проблемной ситуации на основе доступных источников информации
ОПК-2 Способен совершенствовать и реализовывать новые математические методы решения прикладных задач	ОПК-2.3 Владеет профессиональной терминологией, используемой в современной научно-технической литературе, обладает навыками устного и письменного изложения результатов научной деятельности в рамках профессиональной коммуникации
	ОПК-2.1 Имеет представление о современном состоянии математических исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
	ОПК-2.2 Способен оценить актуальность и практическую значимость прикладных математических исследований в своей профессиональной области
ОПК-3 Способен разрабатывать математические модели и проводить их анализ при решении задач в области профессиональной деятельности	ОПК-3.1 Умеет анализировать задачу, планировать пути решения, предлагать и комбинировать способы решения
	ОПК-3.2 Владеет исследовательскими методами и способен использовать их при решении новых задач, применяя знания из различных областей науки (техники)
	ОПК-3.3 Владеет аналитическими и вычислительными методами решения, задач, понимает и учитывает на практике границы применимости получаемых решений
	ОПК-3.4 Способен самостоятельно приобретать, развивать и применять математические знания для решения нестандартных задач, в том числе в новой или незнакомой среде и в междисциплинарном контексте

### 3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны

знать:

- фундаментальные понятия, законы, и методы выпуклой оптимизации;
- понятия, аксиомы, методы доказательств и доказательства основных теорем в разделах, входящих в базовую часть цикла;
- основные свойства соответствующих математических объектов;
- аналитические и численные подходы и методы для решения типовых прикладных задач.

уметь:

- понять поставленную задачу;
- использовать свои знания для решения фундаментальных и прикладных задач выпуклой оптимизации;
- оценивать корректность постановок задач;
- строго доказывать или опровергать утверждение;
- самостоятельно находить алгоритмы решения задач, в том числе и нестандартных, и проводить их анализ;
- самостоятельно видеть следствия полученных результатов.

владеть:

- навыками освоения большого объема информации и решения задач;
- навыками самостоятельной работы и освоения новых дисциплин;
- культурой постановки, анализа и решения математических и прикладных задач, требующих для своего решения использования математических подходов и методов выпуклой оптимизации;
- предметным языком и навыками грамотного описания решения задач и представления полученных результатов.

#### 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

##### 4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Общая нелинейная оптимизация и ее сложность.	4	4		8
2	Оптимальные методы для гладких выпуклых задач.	6	6		7
3	Методы отсекающей гиперплоскости для задач выпуклой конечномерной минимизации. Структурная оптимизация.	5	5		7
4	Структурная оптимизация. Гладкая минимизация для негладких функций.	5	5		8
5	Прямо-двойственные методы решения негладких задач. Минимизация составных функций.	5	5		7
6	Методы покоординатного спуска и субградиентные методы решения задач сверхбольшой размерности.	5	5		8
Итого часов		30	30		45
Подготовка к экзамену		30 час.			
Общая трудоёмкость		135 час., 3 зач.ед.			

## 4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

Семестр: 4 (Весенний)

### 1. Общая нелинейная оптимизация и ее сложность.

Общая нелинейная оптимизация и ее сложность.

Постановка задачи. Концепция черного ящика. Понятие эффективности численных методов. Пример: метод равномерного перебора. Классификация задач нелинейной оптимизации.

Нижние оценки сложности для гладких задач.

Выпуклые функции и их свойства. Примеры выпуклых функций. Необходимые и достаточные условия первого и второго порядка для выпуклых функций.

Выпуклые функции с липшицевым градиентом и их свойства. Нижняя оценка сложности для класса выпуклых функций с липшицевым градиентом.

Сильно выпуклые функции и их свойства. Примеры сильно выпуклых функций. Необходимые и достаточные условия первого и второго порядка для сильно выпуклых функций. Нижняя оценка сложности для класса сильно выпуклых функций с липшицевым градиентом.

Принцип релаксации и аппроксимации. Градиентный метод. Оценки скорости сходимости градиентного метода на классах выпуклых и сильно выпуклых функций с липшицевым градиентом.

### 2. Оптимальные методы для гладких выпуклых задач.

Оптимальные методы для гладких выпуклых задач.

Оценивающие последовательности. Общая схема метода быстрых градиентов. Варианты метода быстрых градиентов и их оценки скорости сходимости.

Выпуклые множества и их свойства. Постановка задачи условной оптимизации. Необходимое и достаточное условие оптимальности.

Понятие градиентного отображения и его свойства. Аналог градиентного метода и метода быстрых градиентов для задач условной минимизации. Оценки их скорости сходимости.

Субградиентный метод для задач выпуклой минимизации общего вида.

Постановка задачи выпуклой минимизации общего вида. Примеры. Понятие субградиента. Примеры вычисления субградиентов. Свойства субградиента. Необходимое и достаточное условие оптимальности. Теорема Куна-Таккера.

Нижняя граница сложности для класса выпуклых и липшицевых функций на ограниченном множестве.

Субградиентный метод на простых множествах. Оценка его сходимости.

Субградиентный метод на множестве с функциональными ограничениями и его оценка сходимости. Оптимальность субградиентного метода на данном классе задач.

### 3. Методы отсекающей гиперплоскости для задач выпуклой конечномерной минимизации. Структурная оптимизация.

Методы отсекающей гиперплоскости для задач выпуклой конечномерной минимизации.

Постановка задачи разрешимости. Нижняя оценка сложности для данного класса задач.

Принцип локализации решения.

Методы отсекающей гиперплоскости. Обобщенный метод отсекающей гиперплоскости.

Метод эллипсоидов.

Структурная оптимизация. Самосогласованные функции.

Самосогласованная функция. Примеры и свойства самосогласованной функции. Основные неравенства. Минимизация самосогласованных функций.

### 4. Структурная оптимизация. Гладкая минимизация для негладких функций.

Структурная оптимизация. Самосогласованные барьеры.

Постановка задачи. Уравнение центральной траектории. Самосогласованный барьер. Примеры и свойства самосогласованного барьера.

Аналитический центр множества.

Метод отслеживания траектории и оценки его скорости сходимости.

Гладкая минимизация для негладких функций: прорыв за пределы возможного.

Постановка задачи. Функции с явно заданной структурой. Понятие сопряженной (дуальной) задачи.

Прокс-функция. Техника сглаживания. Оптимальная схема для решения задач гладкой оптимизации.

Применение данного подхода к матричным играм, задаче Штейнера, вариационным неравенствам.

## 5. Прямо-двойственные методы решения негладких задач. Минимизация составных функций.

Прямо-двойственные методы решения негладких задач.

Нижняя линейная аппроксимация (модель) исходной целевой функции. Сильное и слабое решение негладкой задачи. Функция зазора и ее свойства.

Общая схема двойственного усреднения. Метод простого двойственного усреднения. Метод взвешенного двойственного усреднения. Оценки скорости их сходимости.

Применение метода двойственного усреднения к общей задаче минимизации, прямо-двойственной задаче, минимаксной задаче, седловой задаче.

Экономическая интерпретация метода двойственного усреднения (модель сбалансированного развития).

Минимизация составных функций. Генерация разреженных решений.

Постановка задачи. Понятие градиентного композитного отображения и его свойства.

Прямой градиентный метод. Оценки его скорости сходимости в выпуклом и сильно выпуклом случае.

Двойственный градиентный метод и его оценки скорости сходимости.

Двойственный градиентный метод с ускорением и его оценки скорости сходимости.

Применение данных методов к решению задачи разреженных наименьших квадратов. Обсуждение численных результатов.

## 6. Методы покоординатного спуска и субградиентные методы решения задач сверхбольшой размерности.

Методы покоординатного спуска решения задач сверхбольшой размерности.

Специфика задач сверхбольшой размерности.

Метод случайного покоординатного спуска для решения выпуклых задач безусловной минимизации и его оценки скорости сходимости.

Метод случайного покоординатного спуска для решения сильно выпуклых задач безусловной минимизации и его оценки скорости сходимости.

Метод случайного покоординатного спуска для решения выпуклых задач условной минимизации и его оценки скорости сходимости.

Метод случайного покоординатного спуска с ускорением для решения выпуклых задач безусловной минимизации и его оценки скорости сходимости.

Обсуждение численных результатов работы данных методов.

Субградиентные методы решения задач сверхбольшой размерности.

Эффективный пересчет матрично-векторного произведения в разреженном случае. Быстрый пересчет значения симметричной функции с помощью бинарного дерева.

Субградиентный метод Б. Поляка для решения задач безусловной оптимизации и оценка его скорости сходимости. Субградиентный метод Н.Шора для решения задач условной оптимизации и оценка его скорости сходимости.

Применение данной техники пересчета к задачам сверхбольшой размерности с разреженной структурой.

Метод случайного покоординатного спуска для решения негладкой задачи минимизации с разреженным субградиентом. Применение техники пересчета к данному методу.

## **5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Необходимое оборудование для занятий: компьютер и мульти-медийное оборудование (проектор, звуковая система).

## **6.Перечень рекомендуемой литературы**

### **Основная литература**

1. Методы оптимизации. Условия оптимальности в экстремальных задачах [Текст] : учеб. пособие для вузов / А. Г. Бирюков ; М-во образования и науки Рос. Федерации, Моск. физ.-техн. ин-т (гос. ун-т) .— М. : МФТИ, 2010 .— 225 с.
2. Численные методы оптимизации [Текст] : [учеб.пособие для вузов] / А.Ф.Измайлов, М.В.Солодов .— М. : Физматлит, 2003, 2005 .— 304 с.
3. Методы оптимизации [Текст]. Ч. 1. Введение в выпуклый анализ и теорию оптимизации : учеб. пособие для вузов / В. Г. Жадан ; М-во образования и науки РФ, Моск. физ.-техн. ин-т (гос. ун-т) .— М. : МФТИ, 2014 .— 271 с. + pdf-версия. - Библиогр.: с. 267-270. - 300 экз. - ISBN 978-5-7417-0514-8. — Полный текст (Доступ из сети МФТИ).
4. Методы оптимизации [Текст]. Ч. 2. Численные алгоритмы : учеб. пособие для вузов / В. Г. Жадан ; М-во образования и науки РФ, Моск. физ.-техн. ин-т (гос. ун-т) .— М. : МФТИ, 2015 .— 320 с. + pdf-версия. - Библиогр.: с. 314-319. - 300 экз. - ISBN 978-5-7417-0571-1. — Полный текст (Доступ из сети МФТИ).

### **Дополнительная литература**

1. Курс методов оптимизации [Текст] : учеб. пособие для вузов / А. Г. Сухарев, А. В. Тимохов, В. В. Федоров ; [Моск. гос. ун-т им. М. В. Ломоносова] .— 2-е изд. — М. : Физматлит, 2005, 2008 .— 367 с.
2. Введение в выпуклую оптимизацию [Текст] : [монография] / Ю. Е. Нестеров ; ред.: Б. Т. Поляк, С. А. Назин .— [Научное изд.] .— М. : МЦНМО, 2010 .— 280 с. - Библиогр.: с. 275-276. - Предм. указ.: с. 277-279. - 400 экз. - ISBN 978-5-94057-623-5 (в пер.) .— Полный текст (Доступ из сети МФТИ / Удаленный доступ).

## **7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

[www.optimization-online.org](http://www.optimization-online.org)

## **8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

На лекционных занятиях используются мультимедийные технологии, включая демонстрацию презентаций.

## **9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

Студент, изучающий курс алгебры логики, комбинаторика, теория графов, должен с одной стороны, овладеть общим понятийным аппаратом, а с другой стороны, должен научиться применять теоретические знания на практике.

В результате изучения дисциплины студент должен знать основные определения, понятия, аксиомы, методы доказательств.

Успешное освоение курса требует напряжённой самостоятельной работы студента. В программе курса приведено минимально необходимое время для работы студента над темой. Самостоятельная работа включает в себя:

– чтение и конспектирование рекомендованной литературы,

- проработку учебного материала (по конспектам лекций, учебной и научной литературе), подготовку ответов на вопросы, предназначенных для самостоятельного изучения, доказательство отдельных утверждений, свойств;
- подготовку к экзамену.

Руководство и контроль за самостоятельной работой студента осуществляется в форме индивидуальных консультаций.

Показателем владения материалом служит умение решать задачи. Для формирования умения применять теоретические знания на практике студенту необходимо решать как можно больше задач. При решении задач каждое действие необходимо аргументировать, ссылаясь на известные теоретические сведения.

Важно добиться понимания изучаемого материала, а не механического его запоминания. При затруднении изучения отдельных тем, вопросов, следует обращаться за консультациями к лектору или преподавателю, ведущему практические занятия.

Литература для самостоятельной работы:

- 1) Нестеров Ю.Е. Введение в выпуклую оптимизацию. М., 2010. С.280.
- 2) Nesterov Yu. Smooth minimization of non-smooth functions. // Mathematical Programming, 2005, v.103 (1), p.127-152. [http://dcam.mipt.ru/science/seminars/a\\_5gc1te/SmoothMin-arphawgi384.PDF](http://dcam.mipt.ru/science/seminars/a_5gc1te/SmoothMin-arphawgi384.PDF)
- 3) Nesterov Yu. Primal-dual subgradient methods for convex problems. // Mathematical programming. 2009. V.120 (1). [http://dcam.mipt.ru/science/seminars/a\\_5gc1te/PDGradRev2a-arph1xlhjp.pdf](http://dcam.mipt.ru/science/seminars/a_5gc1te/PDGradRev2a-arph1xlhjp.pdf)
- 4) Nesterov, Yurii. Gradient methods for minimizing composite functions. In: Mathematical Programming, Vol. Online first (2012). [http://www.ecore.be/DPs/dp\\_1191313936.pdf](http://www.ecore.be/DPs/dp_1191313936.pdf)
- 5) Nesterov, Yurii. Efficiency of coordinate-descent methods on huge-scale optimization problems. In: SIAM Journal on Optimization, Vol. 22, no.2, p. 341-362 (2012). [http://www.optimization-online.org/DB\\_FILE/2010/01/2527.pdf](http://www.optimization-online.org/DB_FILE/2010/01/2527.pdf)
- 6) Nesterov, Yurii. Subgradient methods for huge-scale optimization problems. In: Mathematical Programming, (May 2013). [http://www.ecore.be/DPs/dp\\_1329823186.pdf](http://www.ecore.be/DPs/dp_1329823186.pdf)

**ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)**

**по направлению:** Прикладная математика и информатика  
**профиль подготовки:** Комбинаторика и цифровая экономика  
центр дополнительного, дополнительного профессионального и  
онлайн-образования "Пуск"  
кафедра дискретной математики  
**курс:** 2  
**квалификация:** магистр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 4 (весенний) - Экзамен

**Разработчики:**

С.В. Шпирко, канд. физ.-мат. наук  
Ю.Е. Нестеров, канд. физ.-мат. наук  
А.В. Гасников, д-р физ.-мат. наук, доцент



## 1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-1 Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий	УК-1.2 Осуществляет поиск вариантов решения поставленной проблемной ситуации на основе доступных источников информации
ОПК-2 Способен совершенствовать и реализовывать новые математические методы решения прикладных задач	ОПК-2.3 Владеет профессиональной терминологией, используемой в современной научно-технической литературе, обладает навыками устного и письменного изложения результатов научной деятельности в рамках профессиональной коммуникации
	ОПК-2.1 Имеет представление о современном состоянии математических исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
	ОПК-2.2 Способен оценить актуальность и практическую значимость прикладных математических исследований в своей профессиональной области
ОПК-3 Способен разрабатывать математические модели и проводить их анализ при решении задач в области профессиональной деятельности	ОПК-3.1 Умеет анализировать задачу, планировать пути решения, предлагать и комбинировать способы решения
	ОПК-3.2 Владеет исследовательскими методами и способен использовать их при решении новых задач, применяя знания из различных областей науки (техники)
	ОПК-3.3 Владеет аналитическими и вычислительными методами решения, задач, понимает и учитывает на практике границы применимости получаемых решений
	ОПК-3.4 Способен самостоятельно приобретать, развивать и применять математические знания для решения нестандартных задач, в том числе в новой или незнакомой среде и в междисциплинарном контексте

## 2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Современные методы выпуклой оптимизации» обучающийся должен:

### знать:

- фундаментальные понятия, законы, и методы выпуклой оптимизации;
- понятия, аксиомы, методы доказательств и доказательства основных теорем в разделах, входящих в базовую часть цикла;
- основные свойства соответствующих математических объектов;
- аналитические и численные подходы и методы для решения типовых прикладных задач.

### уметь:

- понять поставленную задачу;
- использовать свои знания для решения фундаментальных и прикладных задач выпуклой оптимизации;
- оценивать корректность постановок задач;
- строго доказывать или опровергать утверждение;
- самостоятельно находить алгоритмы решения задач, в том числе и нестандартных, и проводить их анализ;
- самостоятельно видеть следствия полученных результатов.

### владеть:

- навыками освоения большого объема информации и решения задач;
- навыками самостоятельной работы и освоения новых дисциплин;
- культурой постановки, анализа и решения математических и прикладных задач, требующих для своего решения использования математических подходов и методов выпуклой оптимизации;
- предметным языком и навыками грамотного описания решения задач и представления полученных результатов.

### 3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

Примеры заданий:

1. Покажите неоптимальность метода наискорейшего спуска на классе функций с липшицевым градиентом.
2. Предложите способы решения задач выпуклой (но не обязательно сильно выпуклой) одномерной минимизации на отрезке длины  $\Delta$  за время  $O(\log(\Delta/\epsilon))$ , где  $\epsilon$  – точность решения задачи по аргументу. Возможно ли такое в двумерном случае?
3. Предложите норму и прокс-функцию для задачи оптимизации на прямом произведении симплексов.
4. Попробуйте обобщить результаты, полученные для методов 1го порядка с помощью градиентного отображения.

### 4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся

1. Общая нелинейная оптимизация и ее сложность. Постановка задачи. Концепция черного ящика. Понятие эффективности численных методов. Пример: метод равномерного перебора. Классификация задач нелинейной оптимизации.
2. Нижние оценки сложности для гладких задач. Выпуклые функции и их свойства. Примеры выпуклых функций. Необходимые и достаточные условия первого и второго порядка для выпуклых функций. Выпуклые функции с липшицевым градиентом и их свойства. Нижняя оценка сложности для класса выпуклых функций с липшицевым градиентом. Сильно выпуклые функции и их свойства. Примеры сильно выпуклых функций. Необходимые и достаточные условия первого и второго порядка для сильно выпуклых функций. Нижняя оценка сложности для класса сильно выпуклых функций с липшицевым градиентом. Принцип релаксации и аппроксимации. Градиентный метод. Оценки скорости сходимости градиентного метода на классах выпуклых и сильно выпуклых функций с липшицевым градиентом.
3. Оптимальные методы для гладких выпуклых задач. Оценивающие последовательности. Общая схема метода быстрых градиентов. Варианты метода быстрых градиентов и их оценки скорости сходимости. Выпуклые множества и их свойства. Постановка задачи условной оптимизации. Необходимое и достаточное условие оптимальности. Понятие градиентного отображения и его свойства. Аналог градиентного метода и метода быстрых градиентов для задач условной минимизации. Оценки их скорости сходимости.
4. Субградиентный метод для задач выпуклой минимизации общего вида. Постановка задачи выпуклой минимизации общего вида. Примеры. Понятие субградиента. Примеры вычисления субградиентов. Свойства субградиента. Необходимое и достаточное условие оптимальности. Теорема Куна-Таккера. Нижняя граница сложности для класса выпуклых и липшицевых функций на ограниченном множестве. Субградиентный метод на простых множествах. Оценка его сходимости. Субградиентный метод на множестве с функциональными ограничениями и его оценка сходимости. Оптимальность субградиентного метода на данном классе задач.
5. Методы отсекающей гиперплоскости для задач выпуклой конечномерной минимизации. Постановка задачи разрешимости. Нижняя оценка сложности для данного класса задач. Принцип локализации решения. Методы отсекающей гиперплоскости. Обобщенный метод отсекающей гиперплоскости. Метод эллипсоидов.
6. Структурная оптимизация. Самосогласованные функции. Самосогласованная функция. Примеры и свойства самосогласованной функции. Основные неравенства. Минимизация самосогласованных функций.

7. Структурная оптимизация. Самосогласованные барьеры. Постановка задачи. Уравнение центральной траектории. Самосогласованный барьер. Примеры и свойства самосогласованного барьера. Аналитический центр множества. Метод отслеживания траектории и оценки его скорости сходимости.
8. Гладкая минимизация для негладких функций: прорыв за пределы возможного. Постановка задачи. Функции с явно заданной структурой. Понятие сопряженной (дуальной) задачи. Прокс-функция. Техника сглаживания. Оптимальная схема для решения задач гладкой оптимизации. Применение данного подхода к матричным играм, задаче Штейнера, вариационным неравенствам.
9. Прямо-двойственные методы решения негладких задач. Нижняя линейная аппроксимация (модель) исходной целевой функции. Сильное и слабое решение негладкой задачи. Функция зазора и ее свойства. Общая схема двойственного усреднения. Метод простого двойственного усреднения. Метод взвешенного двойственного усреднения. Оценки скорости их сходимости. Применение метода двойственного усреднения к общей задаче минимизации, прямо-двойственной задаче, минимаксной задаче, седловой задаче. Экономическая интерпретация метода двойственного усреднения (модель сбалансированного развития).
10. Минимизация составных функций. Генерация разреженных решений. Постановка задачи. Понятие градиентного композитного отображения и его свойства. Прямой градиентный метод. Оценки его скорости сходимости в выпуклом и сильно выпуклом случае. Двойственный градиентный метод и его оценки скорости сходимости. Двойственный градиентный метод с ускорением и его оценки скорости сходимости. Применение данных методов к решению задачи разреженных наименьших квадратов. Обсуждение численных результатов.
11. Методы покоординатного спуска решения задач сверхбольшой размерности. Специфика задач сверхбольшой размерности. Метод случайного покоординатного спуска для решения выпуклых задач безусловной минимизации и его оценки скорости сходимости. Метод случайного покоординатного спуска для решения сильно выпуклых задач безусловной минимизации и его оценки скорости сходимости. Метод случайного покоординатного спуска для решения выпуклых задач условной минимизации и его оценки скорости сходимости. Метод случайного покоординатного спуска с ускорением для решения выпуклых задач безусловной минимизации и его оценки скорости сходимости. Обсуждение численных результатов работы данных методов.
12. Субградиентные методы решения задач сверхбольшой размерности. Эффективный пересчет матрично-векторного произведения в разреженном случае. Быстрый пересчет значения симметричной функции с помощью бинарного дерева. Субградиентный метод Б. Поляка для решения задач безусловной оптимизации и оценка его скорости сходимости. Субградиентный метод Н.Шора для решения задач условной оптимизации и оценка его скорости сходимости. Применение данной техники пересчета к задачам сверхбольшой размерности с разреженной структурой. Метод случайного покоординатного спуска для решения негладкой задачи минимизации с разреженным субградиентом. Применение техники пересчета к данному методу.

Примеры билетов:

Билет №1

1. Общая нелинейная оптимизация и ее сложность. Постановка задачи. Концепция черного ящика. Понятие эффективности численных методов. Пример: метод равномерного перебора. Классификация задач нелинейной оптимизации.
2. Прямо-двойственные методы решения негладких задач.

Билет №2

1. Методы отсекающей гиперплоскости для задач выпуклой конечномерной минимизации. Постановка задачи разрешимости.
2. Субградиентные методы решения задач сверхбольшой размерности. Эффективный пересчет матрично-векторного произведения в разреженном случае. Быстрый пересчет значения симметричной функции с помощью бинарного дерева.

Критерии оценивания

Оценка

отлично 10 оценка «отлично (10)» выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений

отлично 9 оценка «отлично (9)» выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений

отлично 8 оценка «отлично (8)» выставляется студенту, показавшему всесторонние систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение применять их на практике при решении конкретных задач, и правильное обоснование принятых решений

хорошо 7 оценка «хорошо (7)» выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;

хорошо 6 оценка «хорошо (6)» выставляется студенту, если он знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;

хорошо 5 оценка «хорошо (5)» выставляется студенту, если он знает материал, и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;

удовлетворительно 4 оценка «удовлетворительно (4)» выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;

удовлетворительно 3 оценка «удовлетворительно (3)» выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет фрагментарно основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;

неудовлетворительно 2 оценка «неудовлетворительно (2)» выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных понятий дисциплины и не умеет использовать полученные знания при решении типовых практических задач

неудовлетворительно 1.

## **5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности**

Во время проведения экзамена обучающиеся могут пользоваться программой дисциплины, а также справочной литературой, вычислительной техникой, конспектами лекций.

Экзамен проводится путем организации специального опроса, проводимого в устной форме.